FISICA DE DISTRIBUCION DE POBLACIONES

Por: John Q. Stewart y William Warntz.-

Journal of Regional Science:

Vol. 1, Nº 1, 1958

Traducido por William Alonso.-

Este artículo se refiere a ciertas regularidades que han podido comprobarse empíricamente en la distribución media de la población dentro de ciudades, en áreas rurales y a través de países en su conjunto, incluye una reseña de muchos trabajos ya publicados pero tambien contiene nueva información al respecto. En particular, ni los cuadros ni los dibujos han aparecido antes, aunque mucha de la información fué reunida hace 8 ó 10 años cuando la Física Social era menos aceptada.

Los principios de "mecánica social" que aquí se presentan no se refieren, desde luego a todos los aspectos del comportamiento humano que interesan a las ciencias sociales. Más aún la mecánica es sólo un aspecto de la física y no hay aquí espacio para describir como, a través del desarrollo de la idea de "energía social", el enfoque se amplía y se hace más poderoso.

1.- DENSIDAD DE POBLACION DENTRO DE UNA CIUDAD.-

Cada ciudad tiende a conformar un patrón común de distribución de población, aunque muchos factores locales pueden modificar considerablemente dicho patrón. No hay ciudad que esté tan libre de estos factores como para ajustarse exactamente al caso típico. Si las ciudades tienden a una forma circular característica, la densidad de población, D, llega al máximo en el centro, donde es D_0. La densidad disminuye radialmente desde este punto de máxima intensidad en todas las direcciones, de acuerdo a la fórmula exponencial $D = D_0\ 2^{-r/b}$, donde r es la distancia desde el centro y b es una cierta distancia constante en cada ciudad.

Llamamos a b la "distancia bisectriz", porque cada aumento de r en esa cantidad lleva a un anillo donde la densidad es la mitad. Por tanto las curvas de igual densidad son círculos concéntricos. Su centro común es el centro de la "ciudad residencial". (En la sección próxima consideraremos la "ciudad de trabajo").

En 1940 y aún antes la ciudad standard tenía un límite bien definido por un cierto radio, a, donde la densidad D' era $D' = D_0 \, 2^{-a/b}$, D' es constante para todas las ciudades de los Estados Unidos y aproximadamente igual a 2.000 personas por milla cuadrada. La población total de la ciudad, P_c, es la integral de la densidad, D, tomada en toda el área hasta el límite de radio a. El área, A, es desde luego πa^2.

La primera indicación de que este patrón de círculos concéntricos disminuía exponencialmente en cuanto a la densidad de población resultó de la observación de que el área, A, de una ciudad era proporcional, en promedio, a la potencia 3/4 de la población P_c (1). La Tabla 1 presenta las estadísticas originales. La única forma matemática razonable de la distribución interna de densidades que puede dar tal relación entre el área y una potencia de población, es la forma exponencial de D como función de r que ya se ha dado.

La información del censo de 1940 para todas las ciudades de los Estados Unidos en que se habían hechos subdivisiones censales, y el estudio de la realidad existente en varias ciudades indicaron el valor de D'. Para que funcione la regla de la potencia 3/4, la distancia bisectriz, b, tiene que aumentar poco a poco con la población P_c. Además, al examinar

---

1/ John Q. Stewart, "Suggested Principles of Social Physics", Science, 106, 1947, pp. 179 - 180.-

la variación de densidades en varias ciudades con subdivisiones censales, se confirmó directamente la tendencia de la ley exponencial de la disminución hacia el límite. Esta ley ha sido confirmada en forma independiente por el economista Colin Clark (2). Ver tambien una nota escrita por Stewart (3).

La Tabla 2 confirma y clarifica aún más el patrón mostrando cómo la densidad central, D_0, depende de la población, P_c, en el año 1940. Esta información sugiere que la distancia a la bisectriz, b, aumenta desde 1/3 de milla (540 mts) en las ciudades más pequeñas (de una población de 2500), hasta algo así como 4 millas (6 1/2 kms.) para las más grandes. Nótese que D_0, es aproximadamente proporcional a la raíz cuadrada de P_c.- A medida que aumenta la población, aumenta tambien la "atracción" (gravitación demográfica) y ésto comprime la población central.

La evidencia de la proporcionalidad existente entre el área, A, y $P_c^{3/4}$ para las ciudades de los Estados Unidos y de Europa se extiende hasta el año 1890 por lo menos y deja muy poca duda de que las ciudades han estado estructuradas así desde hace mucho tiempo. La Tabla 3 y la Figura 1, hechas sobre la base de informaciones recientemente compiladas por Warntz, muestran que la misma regla se cumple para las ciudades inglesas en 1951. La Tabla 4 muestra que ciudades en zonas donde el potencial de población es bajo, tienden a incluir áreas mayores que las de otras ciudades de la misma población. Es decir, que el área de una ciudad varía directamente con la población y de manera inversa con el potencial demográfico del área (4). La evidencia británica señala tambien esta misma conclusión.

2/ Colin Clark, "Urban Population Densities", Journal of the Royal Statical Society Ser. A. Vol. 114, Part. 4, 1951, pp. 490-496.-

3/ John Q. Stewart, "Urban Population Densities", The Geographical Review XLIII, 1953, p. 175.-

4/ John Q. Stewart y William Warntz tratan de gravitación demográfica y potenciales de población en una publicación reciente: "Macrogeography and Social Science" en The Geographical Review, XLVIII,1958,pp 167-184 Ver tambien la parte 4a. de este trabajo.-

No se ha compilado aún información completa sobre el efecto del potencial de población sobre D_0, D' y d. Debe entenderse que el centro de densidad de población no es el centro de negocios excepto en las ciudades más pequeñas. Tambien es interesante comprobar el lento aumento en el número de pisos de las casas en la parte de mayor densidad que se observa en forma creciente desde las más pequeñas a las más grandes ciudades. La altura aumenta, por ejemplo, desde uno o dos pisos en ciudades de unos pocos de miles de habitantes hasta 6 o 7 pisos en viviendas sin ascensores en el lado oeste de New York.

El límite exacto de la densidad urbana (se observa una caída en densidad de 2.000 habitantes por milla cuadrada en las ciudades a densidades rurales de menos de 200) se explica a través del concepto de cohesión entre los habitantes urbanos; es decir, que para urbanizar las zonas rústicas y proporcionar ciertos servicios sociales, se requiere la cooperación mutua de los miembros de la comunidad. De igual manera las moléculas de una gota de agua se juntan las unas con las otras y su energía de cohesión mutua, mantiene una "tensión de superficie" que fija los límites de la gota. Las moléculas no pueden evaporarse libremente a través de este borde a menos que se añada calor para hacer hervir el agua y que, de este modo, se supere la cohesión, y tensión de superficie haciendo desaparecer sus bordes. Las moléculas de un gas tienen vidas independientes y no tienen, por lo tanto, la misma fuerza de cohesión.

Además de la energía capital que produce la gravitación demográfica en una región rural o urbana, la cohesión de la ciudad produce energía adicional. Esto se evidencia en el aumento de actividades de varios tipos: más tráfico local, más llamadas telefónicas locales. En ciudades grandes la gravitación demográfica tiene más importancia que la cohesión en las ciudades pequeñas.

Podemos hablar tambien de "adhesión", que es la atracción que tiene el público hacia lugares considerados como deseables o,en un sentido negativo, la repulsión del mismo público hacia zonas no deseables. Por ejemplo, una ruta principal abre, al salir de la ciudad, nuevas zonas "deseables" y a pesar de la atracción gravitacional de la ciudad, las viviendas suben a lo largo de ella así como sube el agua en un tubo capilar por adhesión al vidrio. Pero el vidrio repele al mercurio (en realidad a la fuerza de cohesión de sus moléculas), de manera que la superficie del mercurio queda deprimida dentro de un tubo capilar. Igualmente la gente tiende a evitar áreas que sean natural o artificialmente poco atractivas.

Las ciudades situadas frente a un lago no son circulares, sino semielípticas como resultado de la adhesión al borde del lago. La densidad de población ha sido menor en los Pine Barrens de New Jersey que en las tierras fértiles cercanas, como se demuestra en todos los censos desde 1790. Por la misma razón una pequeña ciudad en un valle estrecho es alargada, aunque la gravitación demográfica por lo general es lo bastante fuerte para apiñar las casas en las laderas cercanas al centro.

Aunque todavía no tenemos una explicación adecuada de las causas que determinan el patrón standard de las ciudades, la cohesión debe jugar un papel importante junto con la gravitación demográfica y la adhesión para explicar algunas de las distorsiones que se observan.

Los movimientos diarios de la gente y aún los de cada hora, aumentan con el desarrollo económico y tecnológico, así como la energía kinética de las moléculas aumenta con la temperatura. Así se ve en la vida diaria como el automóvil actúa de manera más efectiva que las más viejas formas de transporte para reducir la tensión en el límite urbano.

El mismo efecto tienen los sistemas de distribución de electricidad, las escuelas rurales, la protección policial de los residentes rurales y muchas otras cosas. Tambien es muy importante el efecto de la red de autopistas que sale de cada ciudad, construídas y mantenidas con fondos públicos más que por impuestos directos sobre los que viven a lo largo de ellas. La combinación de aumentos de ingresos reales per capita con subsidios centrales para mejoras locales y servicios rura - les está cambiando las viejas constantes de alta densidad en la perife ria urbana. Efectivamente en los patrones urbanos de tipo "estrella" , las ciudades situadas a lo largo de las carreteras se extienden mucho más allá del radio límite que había fijado el alto nivel de D'. La den sidad ha caído hoy hasta ser casi igual a la densidad rural.

Se podría creer que el patrón típico de las ciudades no ha cambiado de otra manera. Pero los censos incluyen actualmente como población no urbana a muchos millones de personas que a pesar de vivir en áreas rurales no dependen de la agricultura,como forma directa de vida y éstas deberían contarse como personas urbanas. Si así se hiciese el censo de 1960, por ejemplo, hubiese mostrado una proporción mucho más alta de población urbana.

Ya en 1950, cuando la población total de los Estados Unidos era de 150.000.000 y había 4.284 ciudades, la regularidad empírica que se había mantenido desde el primer censo de 1790 (5) hubiera surgido una fracción urbana de 64%, en lugar de la que dió el Censo de 58,8%. La disminución de la densidad en el borde de las ciudades ha cambiado el antiguo equilibrio entre la ciudad y el campo. Se requiere más investi gación para llegar a una explicación teórica completa del equilibrio - urbano: el patrón de densidad que hemos señalado y el equilibrio urbano rural que está cambiando. Si se estudian aisladamente las ciudades a través de estudios "microscópicos" podría concederse demasiada importan

---

5/ John Q. Stewart, "Empirical Mathematical Rules Concering the Distribution and Equilibrium of Population", The Geographical Review, - XXXVII, 1947, pp. 461 - 485.-

cia a las distorsiones locales y no se descubrirían necesariamente los patrones comunes a todas las ciudades (6).

Se ha demostrado que la ley natural rige tanto en las ciencias sociales como en las ciencias físicas. Los planificadores de ciudades y regiones que no hacen caso a las tendencias de comportamiento de masas sociales asumen un gran riesgo en la efectividad de sus planes.

2.- COMENTARIO SOBRE OTRAS CARACTERISTICAS DE CIUDADES.-

El patrón de la ciudad residencial se manifiesta además de las estadísticas de densidad en otros datos urbanos. Existe una correlación entre rentas urbanas, población y base de potencial demográfico desde 1940 (antes de que los controles de la renta empezasen a funcionar como una influencia de distorsión) (7). La Tabla 5, semejante en forma a la Tabla 4, muestra la dependencia sobre las dos mismas variables de los impuestos municipales per capita sobre la población y el potencial de base - aunque los valores de potencial, que reducen el área de la ciudad, aumentan el impuesto sobre la tierra. La Tabla 6 muestra una dependencia similar en la diferencia de nacimientos sobre muertes en zonas urbanas.

Así se ve que la manera usual de estudiar las ciudades por grupos de tamaño sin considerar la base de potencial puede ocultar importantes regularidades. El potencial de base es una variable macroscópica que ningún esfuerzo de estudio microscópico puede revelar.

6/ Homer Hoyt, "The Structure and Growth of Residential Neighborhoods in American Cities," Federal Housing Administration, Washington, D. C. 1939.-

7/ John Q. Stewart, Capítulo 2, Theory in Marketing, editado por Reavis Cox y Wroe Alderson, Chicago, 1950

El patrón de densidad que se discutió en la primera parte es válido para la ciudad residencial. Antes de que existiesen las facilidades de tránsito de hoy, la "ciudad de trabajo"-(la distribución espacial de población en su trabajo dentro de las ciudades)- necesariamente coincidía con la ciudad residencial. Hoy, parece que se debería utilizar la información censal (probablemente por muestreo) con una definición de la ciudad de trabajo que se sobreponga sobre la ciudad residencial.

Es probable que las ecuaciones matemáticas para los dos tipos de ciudades fuesen iguales y que las dos "ciudades" definieran sólo el valor numérico de los parámetros, P_c, A, a, D_o, b, D' (de la discusión precedente se deduce que estos seis representan sólo dos variables independientes, P_c y D', si no consideramos el efecto de potencial de base, que es una tercera variable independiente).

Al viajar por el campo se puede observar que los mismos factores que han reducido la densidad de la periferia de la ciudad residencial, D' han disminuído tambien la densidad en el borde de la ciudad de trabajo. Volveremos a este punto más tarde.

Información todavía no publicada del censo de 1940 de los Estados Unidos muestra que la distribución de ciertas ocupaciones en las ciudades principales se conforman con la bien conocida norma de rango y tamaño o regla de Pareto (8), en la misma forma en que lo hace la población total de las ciudades.

La regla de rango y tamaño dice que si R es el rango de una ciudad dada de una lista de ciudades, la población de esta ciudad es igual a $M R^{-n}$, donde M es la población de la ciudad más grande, de rango 1, y n es un exponente constante para la serie de ciudades. En los Estados Unidos el valor de n ha sido, desde hace mucho, la unidad, y

----

8/ John Q. Stewart. "The Geographical Review, Loc. Cit., p. 464.-

New York se ha mantenido en el primer rango. Si se considera autores que han publicado trabajos en vez de población, New York en 1940 tenía el mayor número de ellos, 2.765 y el exponente n seguía siendo la unidad. A Los Angeles le corresponde el rango 2, mientras que su rango en población total es el 5º. A Denver le corresponde el 7º en lugar del 24º; a Cabridge, el 26º en vez del 78º y a Buffalo, el 42º en lugar del 14º.

El valor de n es tambien la unidad para la distribución de agentes de inmuebles. New York está en primer lugar con 10.884; Miami, en el rango 17º en lugar del 48º; Pittsburgh 22º en lugar de 10º. Para los trabajadores en la industria del automóvil, n es aproximadamente 1,5; Detroit tiene el rango 1º en lugar del 4º; Flint está en 2º . en vez del 56º; New York tiene el Nº 12. Este tipo de análisis estadístico es una contribución muy útil a la metodología de la clasificación de ciudades con respecto a sus roles principales y al mismo tiempo una tarea difícil (9).

¿Qué quiere decir la población, P_e, de la ciudad de trabajo? Sería el número de individuos que trabajan dentro de los límites de la ciudad. Walter Isard hace énfasis en tres factores que afectan la concentración o la dispersión de lugares de trabajo (10).

El primero de estos factores, las economías de escala, se relaciona en parte con los factores técnicos de una industria dada y al hecho de que ciertos factores de producción no se pueden dividir indefinidamente. Para ciertos tipos de manufactura se puede obtener costos bajos por unidad de producto cuando una sólo empresa produce muchas unidades durante un tiempo en un solo sitio. Por ésto las economías de producción en masa tienden a concentrar un alto nivel de producción en un lugar geográfico dado.

9/ Ver con relación a este tema un amplio y excelente artículo por Otis Dudley Duncan, "Population Distribution and Comunity Structure", Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology,XXII, 1957, pp. 357 - 371.

10/ Walter Isard,"Location and Space-Economy", New York,1956, p. 172

El segundo factor, las economías de localización, se puede encontrar cuando varias empresas semejantes, dentro de una misma industria, se juntan alrededor de un punto geográfico dado.

El tercer factor, las economías urbanas, dependen de las actividades urbanas, de la disponibilidad de la mano de obra, etc, y atrae a muchas empresas a las ciudades.

Existe hoy evidencias que permiten ver claramente que la disminución de la densidad industrial en el borde de la ciudad es aún más pronunciada que en el caso de las residencias. Pero no se está produciendo una "descentralización" en gran escala. Nuestras ciudades, antes apretadas y bien definidas, se rodean ahora de viviendas y plantas dispersas; pero el escape es sólo de la cohesión urbana local y no de las fuerzas nacionales de gravitación demográfica. Solamente si el nivel de ingreso nacional real aumenta de una manera inusitada se verán concentraciones de residencia e industria de alta densidad fuera del así llamado "cinturón de manufactura" de los Estados Unidos, en regiones de bajo potencial de población. Para mantener el nivel de intensidad sociológica cuando la gente se separa en el espacio, se requerirá de nuevos recursos verdaderamente provechosos que se encuentren y puedan utilizarse (11). Aún en ese caso, el aumento de la tasa de natalidad probablemente mantendría los picos de potencial existentes.

3.- DENSIDAD RURAL; REGIONES INTERPENETRANTES.-

La Figura 2 es un mapa, no publicado antes, de potencial de poblaciones para la Gran Bretaña en 1951. Permite comprobar la relación entre la densidad de población rural y el potencial de población (producido por toda la población). Los resultados se dan en la Fig. 3 y en

---

11/ John Q. Stewart and William Warntz, The Geographical Review, Loc. cit. p. 173.-

la Tabla 7. Aquí de nuevo la densidad rural, D_R (persona por milla cuadrada) varía con el cuadrado del potencial, V, (en personas por milla). Tenemos entonces:

$$D_R = kV^2,$$

donde k (en las unidades mencionadas) se fija para Inglaterra y Gales aproximadamente en 5,55 x 10^{-10}.

La Tabla 8 compara éste con otros valores de k que se han encontrado como multiplicadores de la misma proporcionalidad D_R a V^2 en los Estados Unidos y en diferentes fechas, así como en Europa y en México. Se muestran tambien las poblaciones totales respectivas, P_T, las poblaciones rurales, P_R , y la proporción, w, de población rural a población total. Tambien se muestra en cada caso el valor calculado de cierto número puro, q, que se deriva de la siguiente manera:

Si A es el área total en que las poblaciones P_T y P_R están dispersadas,

$$P_R = \int D_R \; dA = k \int V^2 \; dA,$$

donde k, siendo constante a través de toda el área, se puede anotar fuera del símbolo integral. Si la integración es sobre toda el área, permítase que haya un número puro, q, tal que :

$$q = \frac{P^2{}_T}{\int V^2 \; dA}$$

entonces:

$$k = \frac{P_R}{P_T2} \, . \, q \;;$$

y, ya que

$$w = \frac{P_R}{P_T},$$

$$k = \frac{wq}{P_T} \qquad \text{ó} \qquad q = \frac{P_T \cdot k}{w}$$

Ya que el potencial V es el producido en cualquier punto por toda la población, P_T, dividida por la distancia, mientras que el área siempre tiene la dimensión del cuadro de la distancia, $\int V^2\, dA$ tiene la diemensión de $P_T{}^2$, y q resulta sin dimensión, es decir, es un número puro, como lo es w.

La Tabla 8 muestra que q es extraordinariamente estable en todos los casos. Para una población uniformemente distribuída sobre un disco circular (Tabla 10), q se calcula fácilmente, siendo igual a 0,11.

Los valores de k en la Tabla 8 se obtuvieron encajando una línea mediana de inclinación igual a 2 en papel de doble logaritmo a los valores observados de D_R en los varios puntos de potencial conocido, V. Se calculó para q el valor de k en cada caso. Tambien se hubiera podido obtener el valor de q directamente sumando los términos V^2 dA.

Se puede mostrar que la $\int V^2$ dA sobre un área dada para una población dada, P_T, es mayor si la población está fuertemente concentrada cerca del centro del área y menor si la mayor parte de la población está ubicada cerca de los bordes del área. Por lo tanto un pequeño valor de q indica una concentración central de la población; un valor mediano de q indica una distribución más o menos uniforme, y un gran valor de q significa una concentración cerca de los bordes del área.

Por lo tanto tenemos en q un nuevo índice general de distribución. Si al calcular, V se le atribuyen diferentes "pesos" a la población, será necesario calcular P_T no como la suma de la población actual, sino como la suma del producto de las personas por sus "pesos" respectivos. En ninguno de los casos dados en la Tabla 8 se han usado tales pesos. Pero se puede sugerir que los pesos de las distintas secciones de los Estados Unidos en 1940 hubieran aumentado el valor efectivo de P_T en unos 11 millones de personas.

La tendencia de la densidad rural a ser proporcional al cuadrado del potencial a través de un gran país es un hecho bien establecido. Esto indica que en un país tal como los Estados Unidos hay una unidad demográfica de cierto tipo. La existencia de la regla de rango y tamaño de ciudades tambien implica una unidad. Por lo tanto concluímos que si hay una subdivisión en regiones, y ello puede tener sólo un significado limitado - no hay regiones únicas.

El hecho de que no haya regiones únicas se ha reconocido en el uso corriente de los analistas regionales de dos tipos de regiones: "la región homogénea" y la "región nodal". Un ejemplo de región homogénea es el de las regiones donde la densidad rural es consistentemente alta o baja (los Pine Barrens de New Jersey han sido ejemplo de densidad baja de población en cada censo desde 1790).Este es un tipo de región homogénea que se identifica por su desviación sistemática de una regularidad general. Además la proporcionalidad de la densidad rural al cuadrado del potencial, otras variables demográficas y económicas tambien varían con el cuadrado u otra potencia del potencial. Para cada relación de este tipo a través de un país, las desviaciones sistemáticas de los valores actuales a los valores teóricos pueden definir distintos grupos de regiones.

Ejemplos de regiones nodales son las grandes universidades privadas nacionales y la dispersión de la procedencia de sus estudiantes; un periódico metropolitano y el territorio que sirve; un puerto y su "hinterland". Todas estas regiones son especiales: la región que sirve al puerto puede diferir para distintos bienes. La competencia de regiones nodales de un tipo dado puede resultar en regiones "interpenetrantes", como son las de las universidades, o "todo o nada" como son las de los periódicos en las distintas grandes ciudades. De tal manera las ventas del viejo periódico "Star Time" de San Luis por condados en derredor a la ciudad eran proporcionales a los potenciales de población de los condados, pero sólo hasta llegar al borde del "territorio" del periódico, donde estaba en competencia con otros periódicos de Kansas City, Chicago, Menphis. En contraste, las grandes universidades toman estudiantes de todas partes del país.

Aún en regiones de propósito administrativo, como son los estados, los condados, los distritos federales se ve claramente la relación con el potencial de población o el potencial de ingresos, confirmando otra vez la unidad sociológica del país (12).

4.- ALGUNOS ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL MODELO DE GRAVITACION.-

El rápido aumento reciente del número de artículos y monografías que emplean los así llamados "modelos de gravitación" expresa, aunque tardíamente que la distancia, es verdaderamente una dimensión de los sistema sociales; esto ha traído consigo mucha confusión sobre el exponente de la distancia que se debe utilizar. Mientras que los "pesos" que se le atribuye a la población deben ajustarse para que concuerden con las observaciones, la función de la distancia no es un parámetro que se pueda fijar arbitrariamente.

Según parece hoy en día, el potencial de población, V, es el aspecto más conocido del modelo de gravitación. El conocimiento del número de personas, P, y la distancia que las separa, r, son a la vez lo necesario y suficiente para calcular los potenciales y para dibujar las curvas de equipotencial en un mapa. Otras medidas demo-

12/ John Q. Stewart and William Warntz, The Geographical Review, loc. cit. p. 173.-

gráficas que tambien se pueden derivar de estas cantidades "primitivas" o "dimensiones" que están de acuerdo con el potencial de población, incluyen la densidad, D, la energía, E, y la gradiente, g. El tiempo, la velocidad y la aceleración tambien están de acuerdo con lo ya mencionado pero no se han de considerar aquí. El tiempo es otra dimensión o cantidad "primitiva".

El potencial de población es una cantidad "escalar"(que no tiene dirección en el espacio: es un número de cantidad solamente) y es igual al número de personas dividido por la distancia que las separa. El potencial que crea una población sobre un punto distante Q es:

$$V_Q = \frac{P}{r}$$

Pero, el total del potencial en un punto dado es el conjunto de las contribuciones de todos los grupos de personas. Si la distribución se ve como contínua sobre una superficie, se aplica la siguiente fórmula:

$$V_Q = \int \frac{1}{r} D \, dA$$

donde dA es el elemento infinitesimal del área sobre el cual se extiende la integración.

Ya que las dimensiones de la densidad de población son personas-por-unidad-de-área, y el área tiene la dimensión de distancia al cuadrado, el potencial derivado de población tiene que expresarse en las dimensiones de personas por unidad de distancia.

Si los valores del potencial se han calculado para un número suficientemente grande de "puntos de control", se puede dibujar un mapa como el de la Figura 2 para mostrar las líneas de equipotencial,o curvas de potencial.

Si se mantiene un intervalo constante entre las curvas a través de todo el mapa, la gradiente de potencial varía inversamente - con la distancia entre las curvas de equipotencial (gradiente es la tasa de cambio del potencial con la distancia). Mientras que el potencial es una cantidad escalar, la gradiente es un vector dirigido a ángulos rectos a la curva de equipotencial en cualquier sitio. Por lo tanto, la unidad de la gradiente se expresa en dimensiones de persona por milla cuadrada. Debe señalarse por lo tanto que la gradiente y la densidad tienen las mismas dimensiones.

Aunque se ha hecho mucho análisis sobre la relación entre el campo de potencial y la variación geográfica de ciertos fenómenos sociales y económicos, la gradiente ha demostrado ser importante para la teoría de localización (13).

Si se consideran solamente dos grupos de personas, su "energía demográfica" mutua será:

$$E = \frac{P_1 \quad P_2}{r}$$

La unidad de energía por lo tanto se expresa en términos de personas al cuadrado por milla. La energía tambien se puede interpretar como el producto de la población de uno de los dos grupos por el potencial contribuído por el otro grupo. Si uno quiere calcular la energía de cualquier grupo de personas (por ejemplo, la población de una ciudad en relación a la población total), se la encuentra multiplicando la población de la ciudad por el potencial contribuído - allí por el resto de la población. Otra vez la unidad de energía de es personas al cuadrado por milla.

Por lo tanto existe un juego riguroso y consistente de medidas para una población de acuerdo a su distribución espacial. Debe-

13/ E.G. John Q. Stewart and William Warntz, The Geographical Review Loc. cit. p. 178

ría notarse especialmente que las fórmulas que hemos dado incluyen sin contradicción el caso de W.J. Reilly del "breakpoint" (punto límite) entre dos ciudades-mercados competidoras (14). Reilly encontró la regla del inverso del cuadrado de la distancia porque investigaba gradientes, no potenciales.

Tanto Reilly como Stewart descubrieron sus exponentes respectivos como regularidades empíricas, sin postulados a priori.

5.- COMENTARIO Y FORMULAS EN RELACION A LA TEORIA DEL POTENCIAL.-

Los estadísticos matemáticos pocas veces han investigado el difícil campo que lleva de la observación de la realidad a las nuevas ramas de la ciencia. Sus métodos, muy convencionales, entran a operar sólo después del descubrimiento de los conceptos y de las relaciones principales de un nuevo campo. Las estadísticas tienen por necesidad un punto de vista microscópico. Tratan con la información de casos especiales y pueden trabajar solamente con grandes cantidades de información que ya estén estructuradas por las conexiones descubiertas a través de otros estudios en esa área de investigación. La operación de un principio puede ocultarse por los efectos simultáneos de otros principios y las estadísticas, de por si, no pueden, en ignorancia completa de las condiciones, distinguir entre los principios que operen.

La fórmula de la influencia de población a una distancia tiene muchas ramificaciones, la influencia es directamente proporcional al número de personas (con el peso de cualquier proporción numérica que sea necesaria) e inversa al primer exponente de la distancia. Este artículo indica muchas de estas ramificaciones y además sugiere algunos de los otros factores que pueden añadir sus propios efectos.

14/ W.J. Reilly, "Method for the Study of Retail Relationships", University of Texas, Bulletin Nº 2.944, 1929.-

Claro está que una máquina matemática estadística, cualquiera sea su grado de misterio y actividad, que junte de una manera confusa a todos estos factores no puede verificar exactamente la ley de la distancia inversa. Esta descripción, sugerimos, se aplica al reciente estudio de Hammer e Ikle de llamadas telefónicas de larga distancia y de viajes de avión entre ciudades (15). Cuando en su estudio se le da el mismo peso a las personas, la forma de "energía mutua" entre las poblaciones de dos ciudades (el producto de las dos poblaciones dividido por la distancia que las separa) se verifica aproximadamente. Pero cuando se le permite a la máquina (a través de las convenciones implícitas de las estadísticas matemáticas) elegir los pesos que se le atribuyen a las personas de cada ciudad, el exponente de la distancia resulta algo así como el negativo del exponente de 1 1/2.

No se hizo una prueba comparativa con los pesos que habían señalado anteriormente (2,1,0.8 para distintas partes de los Estados Unidos), ni tampoco se usó como peso los ingresos per capita. Las observaciones de las llamadas telefónicas y de los viajes no se muestran en las tablas. No se puede esperar, por otra parte, que los viajes por avión entre ciudades en un solo mes (marzo, 1950) pudiesen representar una situación permanente. Las compañías telefónicas no han publicado tampoco tablas de llamadas telefónicas entre ciudades de todos tamaños, ni el sistema Federal de Reserva ha compilado de manera adecuada los movimientos de cheques bancarios entre los diferentes distritos.

Es un error matemático calcular el "potencial" escalar con un índice igual a la población dividida por la distancia al exponente n, donde n toma cualquier valor. Por ejemplo, si n es mayor que 2,

---

15/ Carl Hammer and Fred Charles Ikle, "Intercity Telephone and Airborne Traffic Related to Distance and the Propensity to Interact", Sociometry, 20, pp. 306-316, 1957.

el índice tiene valores infinitos para distribuciones finitas de densidad de población. Esto es porque $\pi r^2 D/r^n$ es igual a $\pi D/r^{n-2}$ y si n es mayor de 2, se acerca al infinito a medida que r se acerca a 0. Se le puede hacer la misma crítica a la gradiente si n es mayor que 1 en el potencial. Por lo tanto se hace mal si se llama modelo de gravitación a un índice donde no se usen los exponentes de potencial y gradiente definidos en este artículo. En el espacio de tres dimensiones no hay modelos de gravedad, sino sólo el modelo de gravedad.- La población está distribuída en el espacio tridimensional, aunque resulte conveniente que la demografía pueda descuidar muchas veces la tercera dimensión.

Las observaciones publicadas basada sobre la utilidad de un índice escalar en base a la inversa del primer exponente de la distancia, muestran gran fuerza y una variedad de pruebas extraordinarias para las ciencias sociales. Las estadísticas matemáticas pueden ser un buen sirviente, pero sólo una ciencia social que quiera hacerse aún más debil aceptaría las estadísticas como a un amo.

Picos locales de Potencial.- Supóngase que una ciudad está en un distrito rural donde, independientemente de la contribución de la ciudad misma, las curvas de equipotencial constituyen prácticamente líneas rectas paralelas, con distancias iguales entre ellas. La gradiente se definió anteriormente como la tasa de cambio de potencial con la distancia tomada , a un ángulo recto en relación con las curvas de equipotencial, de manera que la gradiente general, g, es uniforme. La ciudad, si estuviese aislada estaría rodeada por curvas más o menos circulares, radialmente decrecientes hacia afuera. La superposición de estos dos tipos de curvas produce el sistema único que se muestra esquemáticamente en la Figura 4.

Si en lugar de una ciudad tuviésemos solamente un pueblo, la línea interceptada con segmentos de la Figura 4 y las líneas circulares dentro del anillo que forma, no llegarían a existir. Resultaría sólo un pequeño declive desde una prominencia que surgirá por encima de la localidad. No habría un pico local, ni las curvas se cerrarían alrededor del pueblo. Para que haya un pico local la densidad de la población local debiera exceder la gradiente uniforme, g, dentro del anillo de la línea interceptada con segmentos (g se mide a una distancia exterior a la de la influencia local). Como se dijo antes, la gradiente y la densidad de población tienen las mismas dimensiones.

El fenómeno de dispersión urbana ocurre muy a menudo cerca de las grandes ciudades. La gradiente que se aleja de la ciudad central es tan grande que aún concentraciones de población local de buen tamaño no pueden ni igualarlo ni menos excederlo. Por lo tanto, no se forman curvas de equipotencial cerradas (anillos) y a menos que la cohesión interna sea muy grande, la pequeña ciudad no puede tener existencia demográfica independiente. Como en el planeta Saturno, la poderosa gravitación de la metrópolis central destroza a los pueblos satélites. ¿Podrán los programadores dar a las pequeñas ciudades la gran cohesión que salvaría su carácter frente a la poderosa gravitación de la metrópoli?

Un teorema de topología.-

Las curvas de potencial se determinan matemáticamente cuando se conocen la densidad de población a través de toda la región. Ciertas distribuciones de población producen "huecos" a la vez que "picos" de potencial. Claro está que el fondo de un hueco puede ser a un nivel muy alto de potencial; el único requisito es que la gradiente suba en todas las direcciones en el área inmediata.

Un teorema interesante de topología se aplica dentro de cualquier curva de equipotencial cerrada, como ha sido probado hace muchos años por el gran físico Clark Maxwell y luego por el famoso ma temático Marston Morse. El número de picos, más el número de "huecos" menos el número de "hoyas" o valles, es siempre igual a 1. De tal manera la situación de la Figura 4 implica necesariamente un segundo pico mucho mayor, situado muy lejos hacia la derecha (e.g., por ejemplo en los Estados Unidos, la ciudad de New York) y las rectas paralelas que se han mostrado son en realidad segmentos de grandes arcos cóncavos hacia el pico mayor. Por lo general, cada pico urbano en la gran meseta tiene por compañero a un valle o "abra" hacia New York.- Tres ciudades aisladas que estén cerca las unas de las otras y que formen un triángulo estarían separadas por tres pasos o valles en sus tres lados y habría un hoyo dentro del triángulo (16).

Potencial cerca del centro de un área pequeña de población.- Si un círculo (disco) de radio r tiene una densidad de población uniforme, $\bar{D}$, la población total, P, es $\pi r^2 D$. El incremento de potencial hacia el centro producido por un anillo de radio r y de un ancho infinitesimal dr es $2\pi \bar{D} r\, dr$. Por lo tanto, el total del potencial central será:

$$V_c = 2\pi \bar{D} r = \frac{P}{(r/2)}$$

Para un área regular, A, no demasiado diferente en forma de un círculo, la misma fórmula se aplica aproximadamente si entendemos por r el valor determinado fijando $\pi r^2 = A$, aunque sea A irregular. Pero si el área, A, es alargada, la elipse ofrecerá una mayor aproximación. Una ojeada al mapa sugiere la aproximación de α / β , la proporción numérica entre el eje semi-mayor y el eje semi-menor. El área de la elipse sería $\pi \alpha / \beta$. Sin embargo, la Tabla 9 requiere sólo que se aproxime la proporción α / β . r se calcula como antes, es decir, co

16/ Para cuatro ciudades en las esquinas de un cuadrado con un hoyo interior, véase John Stewart, The Geographical Review, Loc. cit. p. 475.-

mo si el área A fuese la de un círculo. El potencial cerca del centro será aproximadamente:

$$V_c = \frac{P}{fr/2}$$

donde f es el número que se lee en la tabla 9 como función de α/β

Por lo tanto es fácil aproximar el potencial de una población sobre si misma, ya que si el área A es pequeña, el supuesto de densidad uniforme, $\overline{D}$, es siempre una buena aproximación.

La Tabla 10 muestra como el potencial dentro de un círculo uniforme cae a medida que aumenta la distancia hacia el centro.-

Otras fórmulas para la "ciudad standard".- Teníamos anteriormente que:

$$D = D_o \; 2^{-r/b}$$

que ahora volvemos escribir,

$$D = D_o \; e^{-r/b'} ,$$

donde b' es igual a b/log 2, siendo el logaritmo de base e.

La población de un anillo infinitesimal de radio r y de ancho dr es

$$dP_c = 2 \pi D_o \; r \; e^{-r/b'} \; dr.$$

Por lo tanto el potencial al centro es igual a

$$V_o = 2 \pi \, b' \, (D_o - D')$$

donde D_o es, como antes, la densidad central, D' es la densidad al borde, y

$$D' = D_o \; e^{-a/b'}$$

6.- INTENSIDAD SOCIOLOGICA.-

En condiciones de equilibrio, las curvas de potencial de población coinciden en las situaciones simples con los "isotermos" de actividad social humana de varios tipos. Por ejemplo, en los Estados Unidos en 1950 la densidad de ciudades con población de 25 a 35.000 habitantes por 100.000 millas cuadradas variaba con el cubo del potencial de ingresos.

Sin embargo, se puede combinar otros factores con el potencial para aumentar o disminuir la actividad social de una región, como ya lo señalamos antes. Sugerimos que los isotermos indicados muestran niveles de "intensidad sociológica", y que éste es el factor activo que produce tales correlaciones. El concepto corresponde al concepto estadístico de temperatura en las ciencias físicas.

Aunque se ha definido el potencial de una manera objetiva, todavía se está estudiando el problema de encontrar una definición igualmente objetiva para la intensidad sociológica o "temperatura social". Es posible que en las ciudades pequeñas, las relaciones se refieran a un tipo de combinación de hombre/tierra o de ingresos/tierra. El Dr. J.D. Hamilton, uno de nuestros colegas, ha sugerido que existe una relación muy estrecha entre las reglas que gobiernan a estas combinaciones y las reglas de la física-química que gobiernan los compuestos moleculares.

cbb.-

TABLA 1.- EVIDENCIA DE LA RELACION ENTRE EL AREA Y LA POBLACION PARA CIUDADES DE LOS ESTADOS UNIDOS, 1940.-

Rango de ciudad	Log C	Rango de ciudad	Log C	Rango de ciudad	Log C
1	2.67	31-35	2.44	151-165	2.61
2	2.59	36-40	2.48	166-180	2.60
3	2.62	41-45	2.41	181-195	2.55
4	2.47	46-50	2.45	196-210	2.65
5	1.98	51-55	2.54	211-225	2.54
6	2.60	56-60	2.41	226-240	2.56
7	2.55	61-65	2.58	241-255	2.56
8	2.64	66-70	2.54	256-270	2.61
9	2.76	71-75	2.59	271-285	2.48
10	2.65	76-80	2.51	286-300	2.57
11	2.58	81-85	2.63	301-315	2.52
12	2.70	86-90	2.64	316-330	2.53
13	2.70	91-95	2.48	331-345	2.63
14	2.73	96-100	2-62	346-360	2.48
15	1.98	101-105	2.69	361-375	2.52
16-20	2.49	106-120	2.58	376-390	2.51
21-25	2.37	121-135	2.55	391-405	2.46
26-30	2.52	136-150	2.68	406-412	2.55

Log C es logaritmo a base 10 de C, donde $C = P^{3/4}/A$, siendo P la población de cualquier ciudad, y A la superficie de tierra inclufda dentro de los lfmites municipales de la ciudad (Censo de 1940). El rango en la primera columna es el orden de su tamaño de población; New York tiene rango 1, Chicago el 2, etc. Los Angeles el rango Nº 5, es famoso por la gran área dentro de los lfmites de la ciudad. Se dan datos individuales para las primeras 15 ciudades. Después sólo se dan las medianas- de grupos de 5 ciudades hasta el rango 105, y de grupos de 15 para las ciudades más pequeñas (84.323 a 25087 personas). Donde se han calculado las medianas, P es la mediana de la población del grupo, y A es la mediana del área: por lo general estos dos valores no se refieren a la misma ciudad.

La misma regla de proporcionalidad del área a la potencia 3/4 de la población, se aplica a los 140 distritos metropolitanos; pero para éstos el valor de C en la fórmula es sólamente de 45 en lugar de 357.

Además, hemos calculado los valores del logaritmo de C para las medianas de 5 grupos de respectivamente, 11,11,11,41 y 41 pequeñas ciudades. Estas tienen poblaciones medianas de 11.087, 8.186, 6.253, 4.134, 2.577 y áreas medianas de 3,9; 2,3; 1,8; 1,3; y 1,2 millas cuadradas. En estos grupos, el logaritmo de C era respectivamente 2,44; 2,57; 2,59; 2,60; 2,48. Esto demuestra que la fórmula se aplica a ciudades hasta un tamaño de 2.500 habitantes. Contando estos 5 hemos dado 59 valores de log de C. Su promedio es de 2,553 que corresponde a un valor de C= 357, y $A = P^{3/4}/357$. (información compilada por Catherine Kennelly).

TABLA Nº 2.- DENSIDADES MAXIMAS PARA CIUDADES EN 1940

Número de ciudades	Población mediana	Densidad máxima mediana
1	7.455.000	264.000
3	1.931.000	71.000
5	859.000	90.000
7	587.000	48.000
11	368.000	32.000
13	282.000	28.000
13	152.000	35.000
7	86.000	29.000

Utilizando mapas de ciudades publicados por el Censo para las 60 ciudades censadas en 1940, la densidad de población más alta en cada ciudad se calculó considerando el área total. Estas densidades se presentan en forma de pequeños grupos de ciudades de acuerdo al tamaño de la ciudad. Las 60 ciudades individuales varían en tamaño desde New York a Macon, Ga., (población 58.000). Las densidades medianas de los casos más densos están dadas en personas por millas cuadradas (no se ha descontado la superficie de las calles). Las escalas de millas publicadas con los mapas del censo en ciertos casos parecían equivocadas; la densidad del caso de mayor densidad de Atlantic City, N.J., estaba en un principio tan fuera de línea con la relación esperada que comprobamos la escala y encontramos que estaba equivocada. La corrección resultante eliminó la discrepancia.

Otras observaciones hechas en el campo en 1940 indicaban que las densidades máximas para las ciudades pequeñas tambien tienden a variar de una manera regular con la población, hasta 4.000 por milla cuadrada para ciudades de 2.500, el mínimo tamaño para el que da información el Censo. Las ciudades norteamericanas para 1940 tendían a conformar un patrón común de distribución interna de población, con una densidad máxima (en unidades de personas por milla cuadrada) aproximadamente igual a 75 veces la raíz cuadrada de la población total de la ciudad. Veáse tambien la Tabla Nº 4

TABLA Nº 3.- AREAS Y POBLACIONES DE CIUDADES EN INGLATERRA Y GALES, 1951.-

Rango	Ciudad	Población (en miles)	Area (en miles de acres) Efectiva	"Esperada"
1	London	3.348	74.8	105
2	Birmingham	1.112	51.1	46
3	Liverpool	790	27.3	35
4	Manchester	703	27.3	32
5	Sheffield	513	39.6	26
6	Leeds	505	38.3	25
7	Bristol	442	26.4	23
8	Nottingham	306	16.2	17
9	Kingston upon Hull	299	14.1	16
10	Bradford	292	25.5	16
11	Newcastle upon Tyne	292	11.1	16
12	Leicester	285	17.0	16
13	Stoke on Trent	275	21.2	15
14	Coventry	258	19.1	15
15	Croydon	250	12.7	14
16	Cardiff	244	15.1	14
17	Portsmouth	233	9.2	14
18	Harrow	219	12.6	13
19	Plymouth	209	13.1	13
20	Ealing	187	8.8	12
21-25		180	8.4	11
26-30		163	12.5	10
31-35		147	10.3	9.5
36-40		141	8.1	9
41-45		121	4.3	8
46-50		115	6.6	8
51-55		110	8.0	7.5
56-60		106	7.0	7.5
61-70		103	6.5	7
71-80		85	8.1	6.5
81-90		81	7.0	6
91-100		73	4.7	5.5
101-110		68	8.2	5
111-125		66	5.2	5
126-140		58	5.8	4.5
141-157		53	6.0	4.5

En la Figura 1 el área en acres se ha marcado contra la población en papel de doble logaritmo para las 157 ciudades de Inglaterra y de Gales de más de 50.000 personas en 1951. Las únidades de las áreas son acres estatuarios para las unidades polfticas oficiales (incluyendo superficies de agua) segűn el Censo de 1951, Inglaterra y Gales, Informe Preliminar , de la Oficina del Registro General, Londres, 1951. Las primeras 20 ciudades se muestran individualmente; las 40 ciudades siguientes se muestran a través de medianas de áreas y de población para grupos de 5. Usamos grupos de 10 para las 50 ciudades siguientes. Luego sigue un grupo de 15 y por fin uno de 17.

TABLA 4.- AREAS DE CIUDADES; VARIACION CON POTENCIAL DE BASE Y TAMAÑO

POBLACION	POTENCIALES DE POBLACION				
	170.000	260.000	370.000	520.000	730.000
1.000.000 +	--	--	172	127	299
500.000	--	--	61	46	--
200.000	45	53	38	18	19
100.000	50	38	20	19	10
50.000	13	14	10	10	5
33.000	11	12	9	7	6
25.000	7	9	6	6	4

Todas las 412 ciudades de los Estados Unidos con una población de más de 25.000 habitantes en 1940 se muestran en esta tabla. Sus superficies en millas cuadradas se presentan en términos de áreas medianas para grupos de ciudades clasificadas por población y por "potencial de base de población". Este último es el potencial de población producido en derredor de una ciudad por el resto de la población de un país, excluyendo a los habitantes de la ciudad misma. Léase horizontalmente para las ciudades de un dado tamaño: de más de 1.000.000, 500.000 a 1.000.000, ... etc. Las columnas están de acuerdo al potencial de base, con valores medianos de 170.000, 260.000, 370.000, etc.

Es evidente que las desviaciones de áreas de ciudades de la relación de una variable dada en la Tabla 1 son en partes sistemáticas, estando corelacionada con el potencial de base como una segunda variable. Valores altos del potencial se han asociado con una "compresión" en el área de ciudades (relacionado sin duda al más grande valor de la tierra rural que la rodea). Las ciudades inglesas de la tabla 3 muestran la misma relación.

TABLA 5.- IMPUESTOS MUNICIPALES PER CAPITA: POR TAMAÑO DE CIUDAD Y POTENCIAL DE BASE.-

POBLACION	POTENCIALES DE POBLACION				
	170.000	260.000	370.000	520.000	730.000
1.000.000 +	--	--	36	38	73
500.000	--	--	37	72	--
200.000	19	29	18	54	70
100.000	19	16	16	41	52
50.000	17	15	15	57	50
33.000	14	22	14	37	51
25.000	14	19	14	38	39

Esta tabla es del mismo tipo que la tabla 4, pero con las medianas de impuestos municipales, en dólares per capita en el año 1940, presentada para las mismas 412 ciudad de Los Estados Unidos. Mientras que un alto potencial de base comprimía las áreas, aumenta los impuestos municipales.-

TABLA Nº 6.- EXCESO DE NACIMIENTOS SOBRE MUERTES EN AREAS URBANAS POR TAMAÑO DE CIUDADES Y POTENCIAL DE BASE.-

POBLACION	POTENCIALES DE POBLACION 170.000	260.000	370.000	500.000	730.000
1.000.000	--	--	6.2	2.4	3.5
500.000	--	--	4.6	2.8	--
200.000	9.2	5.8	4.3	3.1	3.4
100.000	6.0	7.1	6.4	2.5	4.2
50.000	8.4	4.9	6.0	3.2	3.2
33.000	11.1	4.8	6.7	4.9	5.0
25.000	9.7	4.6	5.8	5.5	4.9

Las mismas 412 ciudades que en las tablas 4 y 5, 1940. Se dan las medianas de los excesos de nacimientos sobre muerte, (por 1.000 habitantes por año). Aquí el potencial de base es aún más efectivo que el tamaño de ciudad para reducir el exceso.-

TABLA 7.- POTENCIALES DE POBLACION Y DENSIDADES DE POBLACION RURAL, INGLATERRA Y GALES, 1951.-

CONDADO	POTENCIAL DE POBLACION en miles de personas por milla	DENSIDADES RURALES en personas por milla cuadrada	
		EXISTENTE	EXPEDADO
Surrey	1.040	383	620
Derbyshire	786	386	350
Lancashire	780	298	345
Hertfordshire	775	364	340
Bedfordshire	745	235	315
Warwickshire	737	232	305
Nottinghamshire	723	234	295
Buskinghamshire	709	286	285
Staffordshire	703	234	280
Yorkshire (W.R).	649	233	270
Essex	689	208	265
Leicestershire	665	257	250
Chesire	661	251	245
Durham	636	378	335
Oxfordshire	628	183	220
Kent	626	262	215
Worcestershire	604	202	205
Northamptonshire	573	146	180
Gamorganshire	569	453	180
Denbighsire	563	149	175
Gloucestershire	561	246	175
Berkshire	558	285	170
Sussex	557	233	170
Shoropshire	550	120	165
Rutlandshire	542	126	160
Monmouthshire	541	119	160
Hampshire	536	215	160
Plintshire	533	332	155
Cambridgeshire	526	163	150
Herefordshire	516	93	145
Huntingdonshire	506	122	140
Suffolk	501	142	137
Wiltshire	499	163	135
Somersetshire	483	162	130
Lincolnshire	482	122	128
Radnorshire	481	30	127
Norkolf	450	155	111
Yorkshire (N y E.R.)	449	91	110

(CONTINUACION TABLA Nº 7)

CONDADO	POTENCIAL DE POBLACION en miles de personas por milla	DENSIDADES RURALES en personas por milla cuadrada. EXISTENTE	EXPEDADO
Breconshire	443	55	107
Northumberland	440	54	106
Dorsetshire	432	122	103
Caernavonshire	422	102	97
Merioneshshire	412	40	92
Westmor land	404	51	89
Montgomeryshire	402	38	88
Anglesey	397	121	86
Cardiganshire	395	53	85
Cumber land	394	89	85
Carmarthenshire	381	112	79
Pembrokeshire	335	79	60
Devonshire	333	104	60
Cornwall	301	131	49

Se presenta aquí en forma tabular la información de la Figura 3.-52 condados en Inglaterra y Gales . (Los condados de London y Middlesex no tenían población rural en 1951). El mapa de la Figura 2 se calculó usando esta información por condados en los puntos de control. - La densidad rural existente en promedios de condados calculados de la información del censo de 1951. La densidad rural "experada" se calculó de la manera siguiente: D es la densidad rural en términos de persona por milla cuadrada, y V es el potencial de población en personas por milla, entonces $D = 5{,}55 \times 10^{-10} V^2$.

Claro está que el potencial de población no da una información perfecta. Sin embargo es un índice integrador macroscópico que permite una primera aproximación de unificación al estudio de la variación geográfica de los fenómenos sociológicos. Sus efectos deben complementarse con los factores locales en cada caso. La topografía del terreno en condados como Radnor, Montgomery, Merion ofrecen dificultades al establecimiento rural mientras - que las colinas y suelos fértiles de otros sitios lo facilitan.

TABLA Nº 8.- PARAMETROS DE DENSIDAD DE POBLACION RURAL.-

Región	P_T millones	P_R millones	10^{12} k	w	q
U.S., 1900	76.0	45.8	880	0,603	0,111
1930	122.8	53.8	425	0,438	0,119
1940	131.7	57.2	351	0,435	0,106
Europa, 1930's	499.7	321.8	149	0,644	0,116
Mexico, 1930	16.4	11.0	3.820	0,671	0,093
Inglaterra y Gales, 1951	43.7	8.4	555	0,192	0,126

Las columnas muestran, respectivamente, para 6 casos estudiados, la población total, la población rural, el valor de k (multiplicado por un millon de millones), la proporción numérica, w, de población rural a población total, y por fin otro número puro, q, que se define igual a $P_T k/w$ (ver el texto). En cada caso D_R, la densidad rural en cualquier parte del país, se aproximó a kV^2, donde V es el potencial de población en ese punto, y k es un parámetro constante por todo el país. El valor de k como se ha dado se fijó a través de las mediana de los valores observados de D_R, sin considerar el cálculo de q que se hizo más tarde. La concentración relativa de población cerca del centro ocurre en México, porque q resulta ser más pequeña allí.

TABLA Nº 9.- TABLA PARA CALCULAR EL POTENCIAL AL CENTRO DE UN DISCO ELIPTICO.-

PROPORCION DE LOS EJES α/β	EXCENTRICIDAD	VALOR DE f
1.0	0.000	1.00
1.5	0.745	1.01
2.0	0.866	1.02
2.5	0.917	1.06
3.0	0.943	1.09
4.0	0.968	1.12
5.0	0.980	1.15
6.0	0.986	1.20
8.0	0.992	1.27
10.0	0.995	1.33

Para una distribución uniforme de población sobre un disco circular (es decir, un elipse con excentricidad 0), el potencial al centro es igual a la población dividida por la mitad del radio, r. Los valores de f en la tabla (calculado usando integrales elipticas) - permiten calcular rápidamente el potencial al centro de un disco elíptico que tenga una distribución uniforme de población, siendo igual a la población dividida por la cantidad, la mitad del radio equivalente multiplicado por f. Queremos decir por un radio equivalente el radio de un círculo que tendría la misma área que la elipse elegida. El potencial central en un disco elíptico es menos que el de un disco circular (con la misma población) en proporción de 1 a f. Esto es porque el alargamiento del elipse, pone a la población más lejos del centro. La primera columna da la proporción del eje semi-mayor, α, al eje semi-menor, β. El texto describe el procedimiento para usar esta tabla para aproximar el potencial "sobre sí mismo" de una área pequeña.

TABLA Nº 10.- POTENCIAL DENTRO DE UN DISCO CIRCULAR UNIFORME, COMO FUNCION DE LA DISTANCIA DEL CENTRO.-

PROPORCION c/r	POTENCIAL RELATIVO.-
0.00	1.00
0.05	1.00
0.15	0.99
0.25	0.98
0.35	0.97
0.45	0.95
0.55	0.92
0.65	0.88
0.75	0.84
0.85	0.78
0.95	0.70
1.00	0.65

Si una población, P, se distribuye uniformemente sobre un disco circular de radio r, el potencial al centro es igual a 2P/r. Este valor se escribe en las tablas como, relativamente, 1.00. El potencial relativo cae con el aumento de la distancia c que es el centro, llegando sólamente a 0.65 al borde (dónde c es igual a r). A una distancia más lejana del borde donde la proporción c/r es grande, el potencial relativo es aproximadamente r/2c; de modo que a una distancia de 5 radios del centro donde c/r es 5, el potencial es 0,10, ya que a una distancia más grande se puede ver a toda la población P como concentrada en el centro, y el potencial es - P/c.- Nótese que aún al borde esta fórmula de aproximación daría un valor de 0.50 para el potencial relativo, comparado con el valor exacto de 0.65 que se ha calculado.

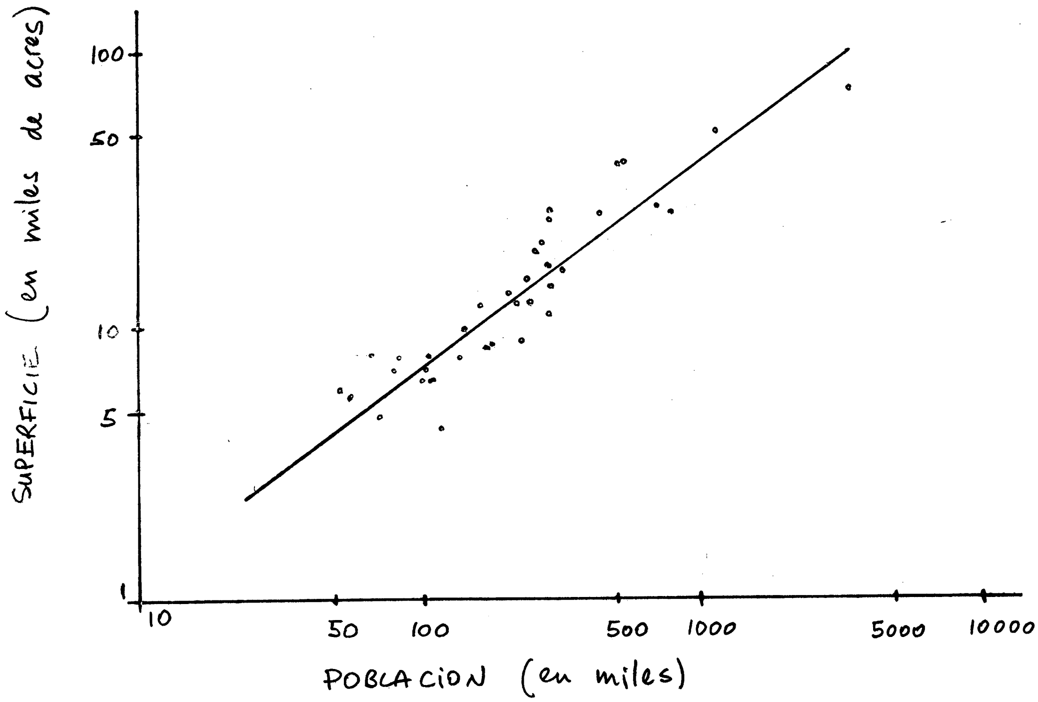

Figura 1.- RELACION DE AREA A POBLACION EN LAS CIUDADES DE INGLATERRA Y GALES (1951)

La récta en la Figura 1 muestra que el área de la ciudad varía directamente con el exponente 3/4 de la población. La ecuación de la relación de área y población que se usó para calcular los valores "esperados" en la Tabla 3 se calculó por una solución de cuadrados mínimos lineales en los valores logaritmícos de las variables para las primeras 20 ciudades. En su forma exponencial la ecuación es: Area (en acres) igual a 1,33, multiplicado por la población al exponente 3/4. Si se diesen las áreas en millas cuadradas, entonces la fórmula sería: área igual a la población al exponente 3/4 dividido por 481 .- (El coeficiente de corelación, es de 0,87). Compárese este valor de 481 a los valores calculados de una manera semejante en los Estados Unidos, de 357 en 1940 y de 400 en 1890. En cada uno de estos casos el exponente de población fué de 3/4. La información que para las otras 137 ciudades tambien se dibujaron en la Figura 1 indican que se mantienen en la relación. Con ésto se demuestra que existe una relación fuerte y bien definida entre área y población.

La variación que hay alrededor de la línea se puede disminuir aún más a través de la variable macroscópica, potencial base de población. Los datos muestran claramente que altos potenciales tienden a restringir el área y que potenciales bajos tienden a ocupar un área más grande de lo indicado por la relación de población solamente. El efecto de base de potencial es más agudo para las ciudades menos populosas. (Los potenciales del Reino Unido de Gran Bretaña se muestran en la Figura 2). En último análisis cada ciudad es un caso único y una explicación completa requeriría examinar con cuidado una variedad de factores microscópicos tales como la topografía local, una variedad de decisiones personales, etc. Debe hacerse énfasis sobre el hecho de que los científicos sociales deben reconocer el valor de las primeras aproximaciones y desarrollar la habilidad de poder hacerlas. Claro está que el planificador local, cuyo trabajo es operacional , debe aprender a apreciar tanto lo general como lo particular.

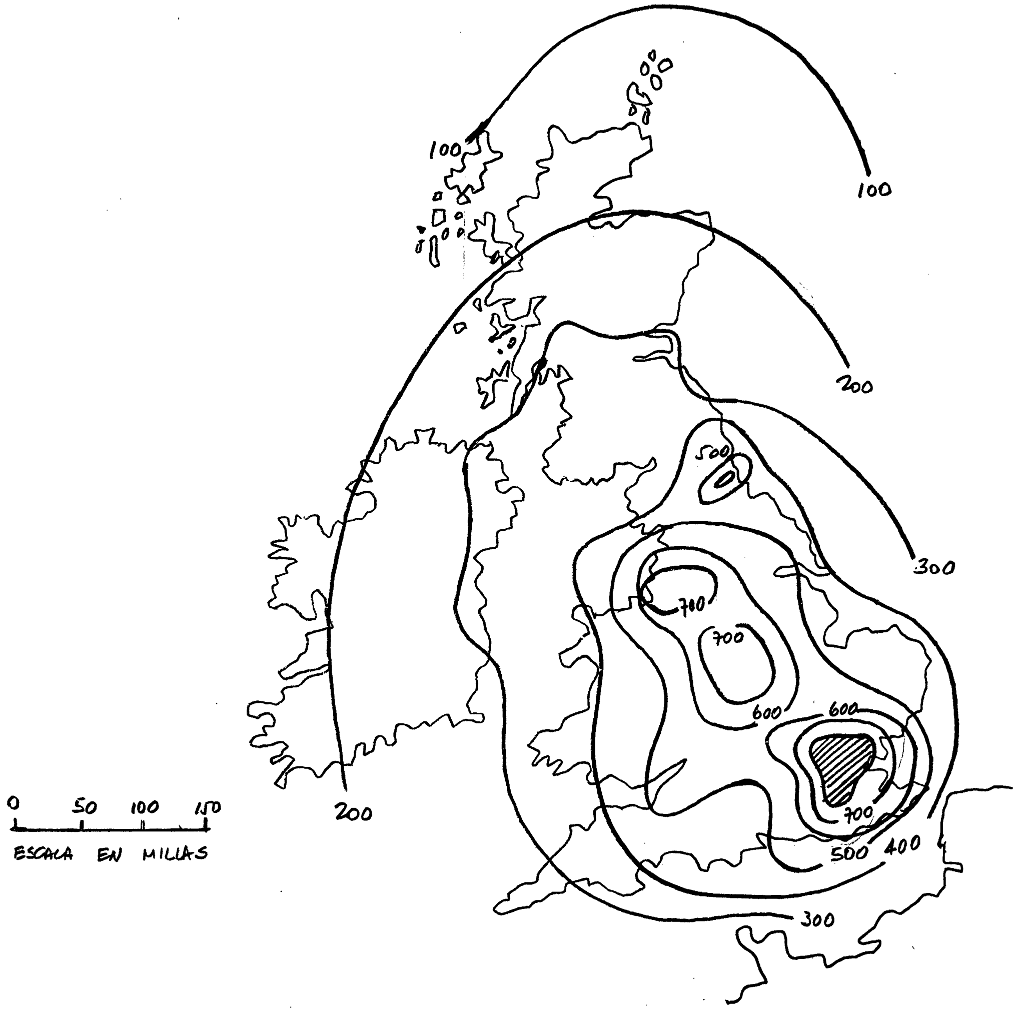

FIGURA 2.- POTENCIALES DE POBLACION EN MILES DE PERSONAS POR MILLA CUADRADA EN GRAN BRETAÑA, 1951.-

Líneas de nivel de "potenciales de población" de la Gran Bretaña, 1951. El potencial es una medida de la propincuidad de la gente en agregados. Cada individuo contribuye al potencial total de cualquier sitio en un valor igual a la recíproca de la distancia que lo separe de ese punto. En este mapa de líneas de equipotencial de población en Gran Bretaña, presentado aquí por primera vez, se dibujó por medio de curvas lógicas de valores calculados para 99 puntos de control incluyendo centros geográficos de condados en Inglaterra, Escocia, Gales, la isla de Man, Irlanda del Norte y del Estado Libre de Irlanda. Los niveles de potencial muestran la base sobre la cual se levanta cada pico de ciudad. Los valores de potencial llegan desde menos de 100.000 personas en las Islas Shetland a más de 1.900.000 personas por milla en la región de Londres. Si se incluyese el efecto de la población del resto de Europa, los potenciales, claro está, serían más altos, el efecto sería más pronunciado en el sureste y disminuiría hacia el noroeste. El mapa general de Europa que aparece en el libro de John Q. Stewart, Coast, Waves and Weather, Boston 1945, p. 166, muestra que la forma general de las curvas de la Gran Bretaña no cambiarían mucho.-

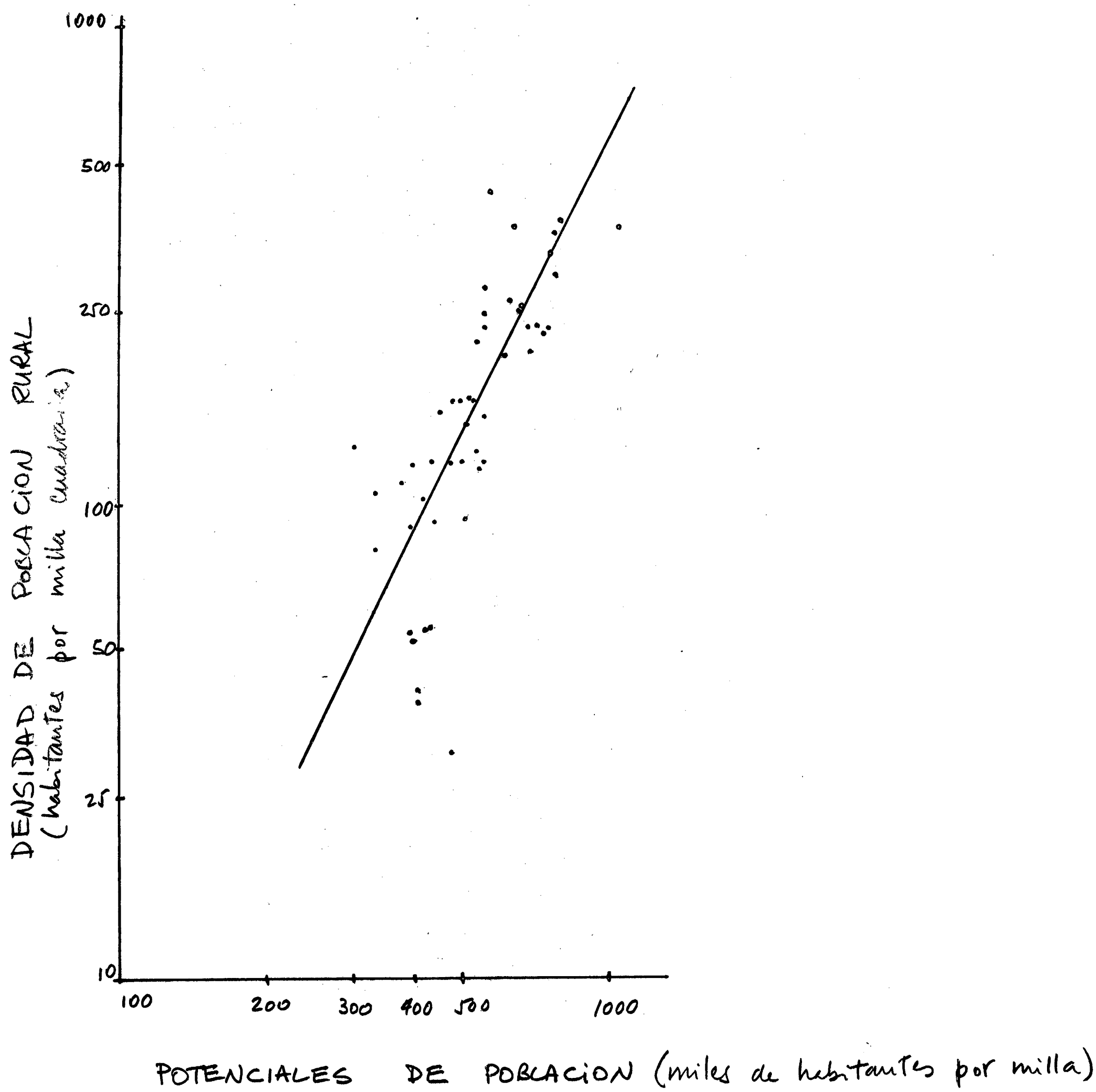

FIGURA 3.- DENSIDAD DE POBLACION EN DISTRITOS RURALES Y POTENCIALES DE POBLACION EN INGLATERRA Y GALES, (1951).

La densidad de población en distritos rurales (promediada por condados) en Inglaterra y Gales (en persona por milla cuadrada) de acuerdo al censo de 1951 es igual a 5,55 x 10^{-10} por el potencial de población (en personas por milla) a la 2ª potencia. (El coeficiente de corelación, r, es de 0,70.) Se ha encontrado el mismo exponente de potencial en la observación de varios otros grupos de personas. Por lo tanto el potencial de población con un factor macroscópico sirve para dar una manera de aproximar la densidad rural en el área en derredor a un punto. Esta aproximación permite entender mejor el significado de los factores locales o microscópico. (véase tambien la tabla 7)

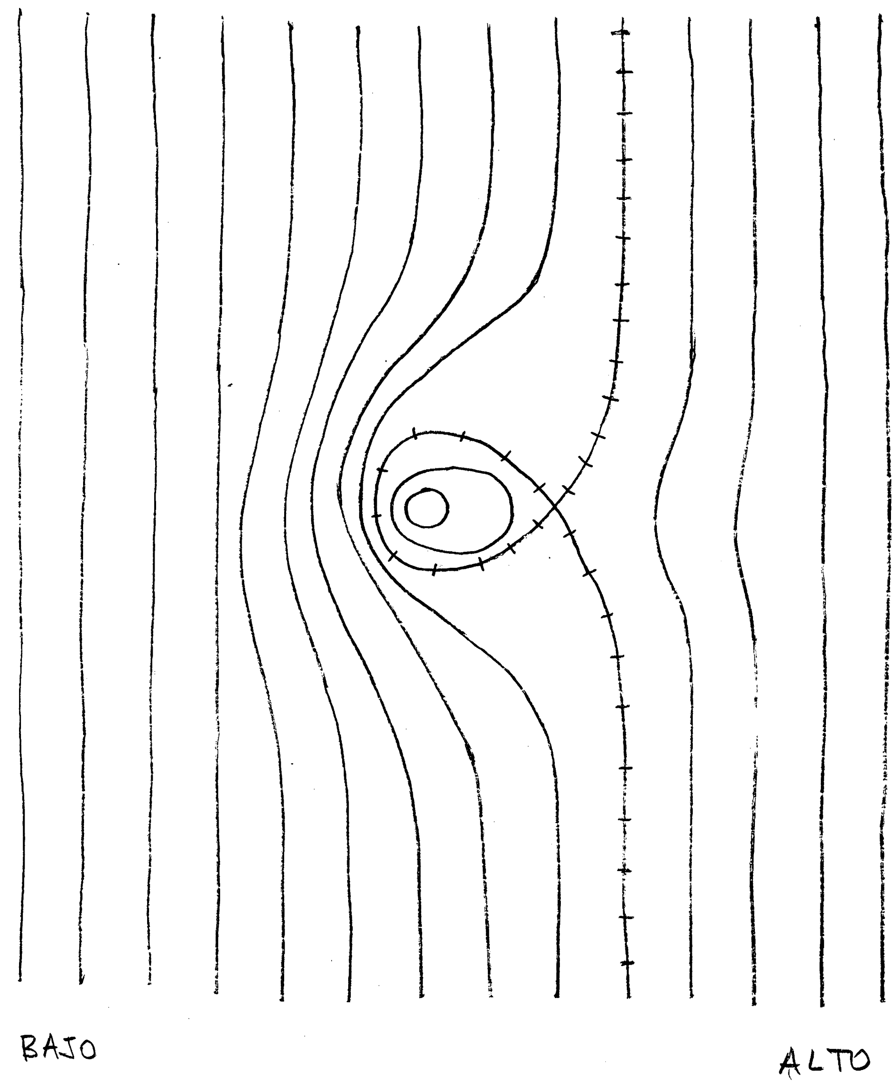

FIGURA 4.- Representación esquemática de las curvas de nivel de potencial en derredor de una ciudad pequeña.-

A gran distancia a la derecha la curva cruzada se cerraría en el otro brazo de un número 8. El punto donde se cruza a si misma muestra un paso entre estos dos picos. El pico local de la pequeña ciudad se levanta a la izquierda y la meseta central de la nación a la derecha. A los dos lados de este eje la inclinación des de el paso es muy lentamente cuesta abajo. Más a la izquierda el pico de la ciudad disminuye rápidamente hacia abajo. Por lo general la inclinación o gradiente a cualquier punto es perpendicular a la línea de equipotencial, y, ya que esta dirección es ambigua donde la línea se cruza a si misma, la gradiente allí tiene que ser cero.